13 Tétel

Bázisok

Altér bázisának fogalma, bázis létezése, Rn standard bázisa. Bázis konstrukciója homogén lineáris egyenletendszerrel megadott altér esetén.

**Def altér:** ∅ ̸= V ⊆ Rn az Rn tér altere (jel: V ≤ Rn ), ha V zárt a műveletekre: x + y, λx ∈ V teljesül ∀x, y ∈ V és ∀λ ∈ R esetén.

**Def alter bázisa:** A V ≤ Rn altér bázisa a V egy lin.ftn generátorrendszere.

**Def generátor rendszer:** Az x1 , . . . , xk ∈ Rn vektorok a V ≤ Rn altér generátorrendszerét alkotják, ha ⟨x1 , . . . , xk ⟩ = V .

**Def. lin függetlenség:** Az x1 , . . . , xk ∈ Rn vektorok lineárisan függetlenek, ha a nullvektort csak a triviális lineáris kombinációjuk állítja elő: λ1x1 +. . .+λkxk = 0 ⇒ λ1 = . . . = λk = 0.

**Def standard bázis:** Az e1, e2, . . . , en vektorok az Rn standard bázisát alkotja.

Minden V altérnek létezik bázisa. Ezeket 2 módszerrel tudjuk meghatározni.

1, ha ismerjük V nek egy generátor rendszerét, akkor csinálhatjuk azt hogy addig ritkítjuk a generátorrendszert (ezt a tulajdonságát megőrizve), amíg az lineárisan független nem lesz (így a bázis definícióját kielégítve).

2, vesszük V-nek egy ismert lineárisan független halmazát, és addig bővítjük (lin.ftn tulajdonságát őrizve), amíg az egy V-t generáló generátorrendszer nem lesz.

**Egyenletrendszerrel megadott altér bázisának meghatározása:**

1, az egyenletekből felírjuk a kibővített együttható mátrixot

2, redukált lépcsős alakra hozzuk gauss eliminációval, kifejezzük a vezér1-eket

3, felírjuk a bázisokat